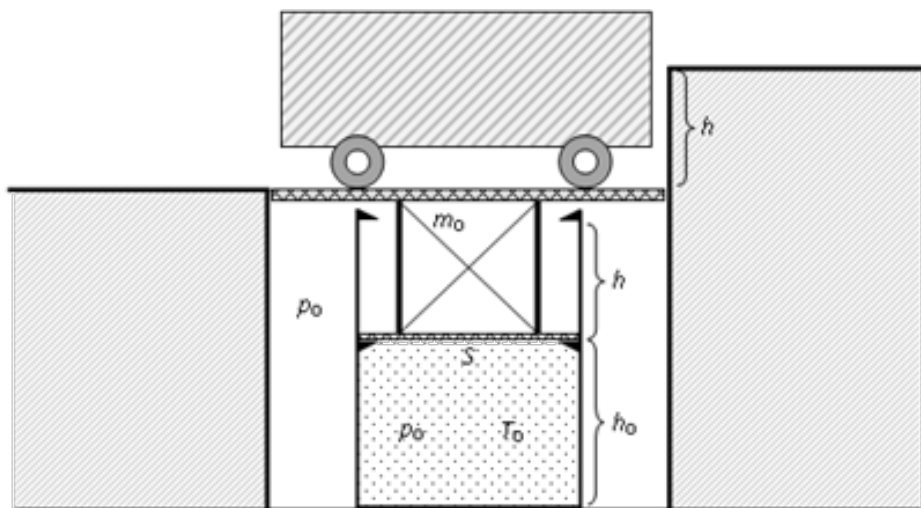


Úlohy 1. kola 68. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie C

1. Termodynamický zdvihač vozíků

Válcová nádoba je postavená na svém dně a uzavřena pístem. Píst je spojen pevnou konstrukcí s vodorovnou plošinou. Po nájezdu vozíku na plošinu se píst s plošinou vlivem tepelného děje plynu v nádobě posune do úrovně rampy ve výšce h , na níž může vozík pokračovat v jízdě, viz Obr. 1.



Obr. 1

Plošný obsah pístu je $S = 5,00 \text{ dm}^2$, tloušťka pístu je zanedbatelná. Dvouatomový plyn v nádobě má počáteční teplotu T_0 a počáteční tlak $p_0 = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ stejně jako okolní atmosféra. Počáteční výška pístu na dolních zarážkách je $h_0 = \frac{3}{2}h$. Pohyblivá konstrukce prázdné plošiny s pístem má hmotnost $m_0 = 60 \text{ kg}$.

- Určete obecně i číselně hmotnost m zdvíhaného vozíku, jestliže plyn v nádobě může dosáhnout nejvýše teploty $4T_0$.
- Určete celkové teplo Q , které přitom plyn v nádobě musí přijmout. Výsledek vyjádřete obecně pomocí veličin p_0, S, h .
- Určete číselně účinnost η zdvínání, tj. poměr přírůstku potenciální energie vozíku a celkového tepla, které plyn uvnitř válce přijal.
- Po sjetí vozíku z plošiny se plyn v nádobě začne ochlazovat, až dosáhne teploty T_0 . Určete hraniční teploty T', T'' ($T' > T''$) teplotního intervalu, během něhož bude prázdná plošina klesat. Teploty vyjádřete jako číselné násobky teploty T_0 .

Dvouatomový plyn považujte za ideální, pro který je molární tepelná kapacita při stálém objemu $C_V = \frac{5}{2}R$ a molární tepelná kapacita při stálém tlaku $C_p = \frac{7}{2}R$, kde R je molární plynová konstanta. Tření zanedbejte. Tíhové zrychlení je $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

2. Teplotní objemová roztažnost

Ocelová kulička o hmotnosti $m = 0,100 \text{ kg}$ je zavěšena na vlákně a ponořena do olejové lázně. Soustava má teplotu $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Při dané teplotě je hustota oceli $\rho_o = 7850 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hustota oleje $\rho_k = 880 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, součinitel teplotní délkové roztažnosti oceli je $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, součinitel teplotní objemové roztažnosti použitého oleje je $\beta = 9,7 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

- Určete obecně tahovou sílu T_0 , která působí na vlákno.
- Teplota soustavy kulička – olej se zvýší na teplotu $t_1 = 30^\circ\text{C}$. Určete obecně tahovou sílu T_1 , která při dané teplotě působí na vlákno.
- Vypočítejte obecně i číselně relativní změnu $\varepsilon_1 = \frac{T_1 - T_0}{T_0}$ tahové síly působící na vlákno.
- Určete obecně i číselně, při které teplotě t_2 bude relativní změna tahové síly $\varepsilon_2 = 0,0050$.

Při matematických úpravách zanedbejte členy vyšších řádů.

3. Kalorimetrická rovnice

Kalorimetrickou rovnici můžeme použít nejen při řešení teoretických úloh, ale pokud jsme si vědomi jistých zaokrouhlení a zanedbání, můžeme řešit i úlohy velmi praktické a konkrétní.

- Kalení je tepelné zpracování kovů, při kterém se materiál z kalící teploty prudce ochlazuje a tím získává lepší fyzikální vlastnosti. Ocelový výrobek má hmotnost $m_o = 16 \text{ kg}$, kalící teplota je 950°C . Počáteční teplota vody je 28°C . Jakou minimální hmotnost vody potřebujeme ke kalení tohoto výrobku? Mělo by ji být minimálně tolik, aby nezačala vřít. Měrná tepelná kapacita vody je $c_v = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, oceli $c_o = 440 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Tepelné ztráty do okolí a vypařování během kalení zanedbejte, počítejte s výslednou teplotou soustavy 99°C .
- Rekreační zařízení má umývárnu se solárním ohřevem vody. Večer tak obvykle v zásobníku bývá 300 litrů vody o teplotě 50°C . K ní se přidává voda ze studny o teplotě 10°C . Na běžné osprchování úspornou sprchou stačí 10 litrů vody o teplotě 38°C . Kolik lidí se večer může touto vodou osprchovat?

4. Usain Bolt

Jamajský sprinter Usain Bolt zvítězil v roce 2009 na mistrovství světa v atletice v Berlíně ve finále běhu na dráze $s = 100 \text{ m}$ časem $t_2 = 9,58 \text{ s}$, který je dosud platným světovým rekordem. V polovině trati dosáhl mezičasu $t_1 = 5,47 \text{ s}$.

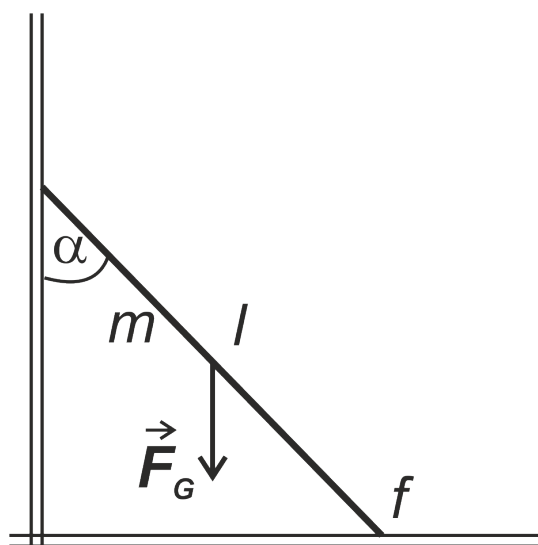
- Určete jeho průměrnou rychlost v_{p1} na první polovině trati, průměrnou rychlost v_{p2} na druhé polovině trati a průměrnou rychlost v_p na celé trati.
- Zvolme model běhu, kdy se v nulovém čase začne rozbíhat rovnoměrně zrychleným pohybem a po dosažení maximální rychlosti rovné průměrné rychlosti

v_{p2} na druhé polovině trati se do cíle pohybuje rovnoměrně. Změna pohybu rovnoměrně zrychleného na rovnoměrný nastala v průběhu první poloviny trati. Určete dráhu s_0 , čas t_0 a zrychlení a rovnoměrně zrychleného pohybu.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

5. Žebřík

Žebřík spočívající volně na vodorovné podlaze se opírá o svislou hladkou stěnu a svírá s ní úhel α (Obr. 2). Žebřík má hmotnost $m = 20,0$ kg a délku l . Součinitel statického smykového tření mezi žebříkem a podlahou je $f = 0,60$, tření mezi žebříkem a stěnou je zanedbatelné. Těžiště žebříku je v jeho geometrickém středu. Počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.



Obr. 2

- Do obrázku vyznačte všechny síly, které na žebřík působí, pojmenujte je a vhodně označte.
- Určete velikosti všech sil, které na žebřík působí pro úhly $\alpha_1 = 10^\circ$ a $\alpha_2 = 20^\circ$ mezi žebříkem a stěnou za předpokladu, že žebřík zůstává v rovnovážné poloze.
- Určete maximální úhel $\alpha_{\max}$ mezi stěnou a žebříkem, při němž ještě neklouzne.
- Jakub o hmotnosti $m_1 = 70$ kg vystoupá do $1/4$ délky žebříku, přičemž během výstupu jistíme žebřík proti kluzu. Určete v konečné poloze Jakuba maximální úhel $\alpha'_{\max}$, při němž žebřík ještě neklouzne.

6. Praktická úloha: Rychlost vypařování vody

Z volné vodní hladiny se obvykle voda vypařuje. Budeme měřit rychlost vypařování za různých podmínek. Rychlostí w vypařování budeme rozumět počet N uvolněných molekul vody z hladiny o obsahu 1 cm^2 za 1 sekundu. Rychlost vypařování je tak dána vztahem

$$w = \frac{N}{S\Delta t}, [\text{w}] = \text{cm}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Jelikož molekuly vodní páry nemůžeme počítat, nahradíme jejich počet N hmotností Δm vypařené vody. Použijeme vztah

$$w = \frac{\Delta m}{M_r m_u S \Delta t}, \quad (1)$$

kde M_r je relativní molekulová hmotnost vody a m_u atomová hmotnostní konstanta.

Úkol I: Odvoďte vztah (1).

Úkol II: Změřte rychlost vypařování vody z hladiny při různých podmínkách:

- a) w_1 při pokojové teplotě v klidném vzduchu.
- b) w_2 při pokojové teplotě ve větraném prostoru.
- c) w_3 při zvýšené teplotě v klidném vzduchu.

Naměřené hodnoty hmotnosti vypařené vody, času a z nich vypočtené rychlosti vypařování w_1 , w_2 , w_3 запиšte do vhodné tabulky. Vypočtěte přibližný postupný poměr rychlostí $w_1 : w_2 : w_3$, kde zvolíme první člen jednotkový (poměr typu $1 : x : y$, v němž druhý a třetí člen zaokrouhlete na dvě platné číslice).

Úkol III: Zformulujte závěr, v němž dosažené výsledky zdůvodníte.

Pomůcky: Petriho miska (vnitřní průměr aspoň 10 cm), posuvné měřidlo, voda, teploměr, elektronické váhy s přesností 0,01 g, stopky, malý větrák (např. z počítače) s napájením, krabice z kartónu bez dna, varná konvice.

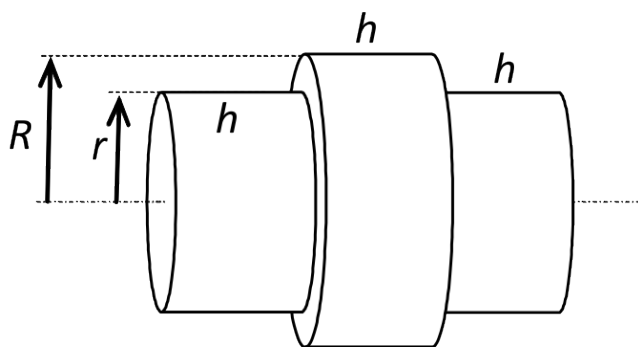
Postup měření:

- 1) Změříme vnitřní průměr Petriho misky a vypočteme obsah S hladiny.
- 2) Na váhy postavíme Petriho misku a nalijeme do ní vodu se změřenou pokojovou teplotou do výšky přibližně 1 cm.
- 3) Váhy vynulujeme a ve stejném okamžiku začneme měřit čas. Hned poté na váhy nasadíme krabici s obvodovými stěnami bez dna, abychom zabránili proudění vzduchu. Zhruba po 15 až 20 minutách krabici sejmeme, zaznameneáme změnu hmotnosti a současně zastavíme stopky.
- 4) Pokus zopakujeme za změněných podmínek. V případě b) nastavíme větrák do vzdálenosti alespoň 150 cm od misky a prostor v okolí vah ovíváme. V případě c) nalijeme do Petriho misky vodu o teplotě 50 až 60 °C, teplotu zaznameneáme a při nasazené krabici měříme čas (může být menší než 15 min). Zaznameneáme též konečnou teplotu bezprostředně po změření času.

7. Válcová tělesa

- a) Rotační těleso o hmotnosti M se skládá ze tří souosých válců (obr. 3) stejné výšky h , z nichž střední válec má poloměr R a oba krajní válce mají shodný

poloměr $r = \frac{2}{3}R$. Určete poměr hmotností m_r/m_R dvojice krajních válců a středového válce. Moment setrvačnosti celého tělesa lze vyjádřit kMR^2 . Určete konstantu k .



Obr. 3

- b) Určete poloměr r dutiny dutého homogenního válce o hmotnosti M a o vnějším poloměru R , jehož moment setrvačnosti je $J = \frac{5}{6}MR^2$.
- c) Plný homogenní válec, který má hmotnost m_1 a poloměr r_1 , se bez prokluzování valí po vodorovné rovině a najíždí na nakloněnou rovinu, na níž ujede do zastavení dráhu s_1 . Dutý válec z otázky b) najíždí při stejné rychlosti na stejnou nakloněnou rovinu. Určete dráhu s dutého válce do zastavení, výsledek vyjádřete jako číselný násobek dráhy s_1 plného válce.

Části a), b) a c) jsou samostatné úlohy.